TOMATO

(Taste of Mathematical Observations)

July – September, 2024

Year - 1, Issue - 1

Quarterly Magazine

Department of Mathematics

M.B.G. P.G. College,

Haldwani, Nainital (Uttarakhand)

of

From the Principal's Desk

Dear Readers,

Welcome to the first edition (July-September 2024) of the quarterly magazine, Taste of Mathematical Observation (TOMATO), by our Department of Mathematics. As the Patron of M.B.G.P.G. College Haldwani, I'm thrilled at the launch of this new initiative. This magazine will serve as a platform to keep everyone informed about the latest news, events, and achievements of our students and of the department. It will not only foster academic growth but also encourage student- faculty engagement . I encourage each of you to contribute and make this magazine a collaborative effort for the genuine representation of diverse creative voices.

Dr. N. S. Bankoti (Patron,
M.B.G.P.G. College, Haldwani)
bankotins@gmail.com

Scan to get an E- copy

Quarterly Magazine

July-September, 2024

TOMATO

Taste of Mathematical Observations

From the Editor's Desk

Dear Readers,

Thank you for exploring the first edition of **TOMATO**! We value your feedback and want to hear your thoughts. Your suggestions will help us make the next edition even better.

Dr. Narendra Kumar Singh
Assistant Professor, Department of Mathematics,
M.B.G.P.G. College Haldwani, Nainital, Uttarakhand
nsijwali@gmail.com

Contents

1. सम्पादकीय (Editorial) **01 - 02**

2. मेरी गणित की यात्रा **03 - 04**
नरेंद्र कुमार सिंह

3. यूक्लिडियन ज्यामिति (Euclidean Geometry) **05 - 10**
स्वप्निल श्रीवास्तव

4. One Strip, Endless Surprises: The Möbius Phenomenon **11 - 15**
Rakesh Biswas

5. संख्यात्मक विश्लेषण :एक संक्षिप्त परिचय **16 - 17**
(Numerical analysis: Introduction & Applications)
पंकज वारियाल

6. RELIGION ∩ MATHS=∅ **18 - 19**
Himanshu Bhatt

7. गणित और अनंतता का संगम: एक दार्शनिक यात्रा **20 - 21**
कृष्ण चन्द्र बधानी

8. The Spiral of Life: Understanding the Fibonacci Series **22 - 24**
Upasana Negi

9. The Story of 19 Camels **25 - 25**
Ritu Goswami

10. जॉर्ज फ्रेडरिक बर्नहार्ड रीमैन **26 - 28**
सुमित पन्त

11. Amalie Emmy Noether: Most Influential Women **29 - 35**
Bharti Joshi

12. प्रसिद्ध महिला गणितज्ञ : मरियम मिर्ज़ाखानी **36 - 39**
रश्मि राय

13. World of Mathematics **Back Cover**
Tayyaba Fatma

01
TOMATO

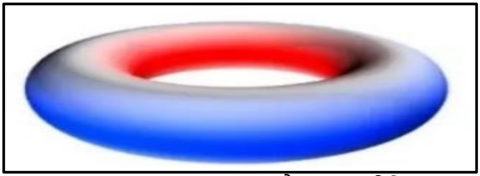
सम्पादकीय (Editorial)

जन्म के साथ ही हमारे जीवन में ज्यामिति (Geometry) का प्रवेश हो जाता है। बच्चा जब सर्वप्रथम अपनी आंखें खोलता है और जो कुछ भी देखता है वह ज्यामिति ही तो है। इसमें जरा भी अतिशयोक्ति नहीं है कि जीवन के प्रत्येक क्षण हम ज्यामिति से साक्षात्कार कर रहे होते हैं। इसी साक्षात्कार और उसकी समझ को बढ़ाने का काम हम गणित के माध्यम से करते हैं। मुझे व्यक्तिगत रूप में लगता है कि ज्यामिति ऐसा विषय है जिसमें सबकुछ समाहित है, यह बात अलग है कि ज्यामिति के बहुत सारे पहलू आज भी हमसे अछूते हैं। गणित, हमें जो पहलू पहले से ज्ञात हैं उनके बारे में और जो अभी भी अछूते हैं उनके बारे में भी सोचने की दृष्टि देने का काम करती है।

ज्यामिति को गणित की एक शाखा के रूप में भी देखा जाता है जो अन्तरिक्ष (space) में वस्तुओं के आकार, माप, स्थिति और आयामों के अध्ययन से सम्बन्धित है। यह गणित की प्राचीनतम शाखाओं में से एक मानी जाती है। सृष्टि के उद्भव के साथ ही इसका जन्म हुआ यह निःसंकोच कहा जा सकता है। ज्यामिति की कहानी सृष्टि की कहानी है यह बात अलग है कि ज्यामिति शब्द की उत्पत्ति बहुत बाद में हुई।

"ज्यामिति" (Geometry) शब्द ग्रीक शब्द "जियो" से आया है जिसका अर्थ है पृथ्वी, और "मेट्रोन" जिसका अर्थ है माप। ज्यामिति के विज्ञान, इंजीनियरिंग, वास्तुकला और कला में अनुप्रयोगों की एक विस्तृत श्रृंखला है। ज्यामिति को मोटे तौर पर दो श्रेणियों में वर्गीकृत किया जा सकता है: यूक्लिडियन (Euclidean) ज्यामिति और गैर-यूक्लिडियन (Non- Euclidean) ज्यामिति। यूक्लिडियन ज्यामिति प्राचीन ग्रीक गणितज्ञ यूक्लिड द्वारा विकसित की गई।

एकसमान ज्यामिति तीन प्रकार की होती है: यूक्लिडियन (शून्य वक्रता के साथ), हाइपरबोलिक (ऋणात्मक वक्रता के साथ) और दीर्घवृत्तीय (धनात्मक वक्रता के साथ)। लेकिन ज्यामिति का एक समान होना ज़रूरी नहीं है। आपके पास ऐसी ज्यामिति हो सकती है जिसमें कुछ जगहों पर सकारात्मक वक्रता हो और कुछ जगहों पर नकारात्मक वक्रता हो। उदाहरण के लिए, नीचे दिखाए गए एक साधारण टोरस (Torus) को लें।



अंदर लाल रंग पर यह नकारात्मक वक्रता है, बाहर नीले रंग पर यह सकारात्मक वक्रता है। सबसे ऊपर और सबसे नीचे इसकी वक्रता शून्य है।

पृथ्वी ऊबड़-खाबड़ है। औसतन इसकी वक्रता सकारात्मक होती है, लेकिन घाटियों में यह नकारात्मक होगी। गणित में सभी ज्यामितियाँ मौजूद हैं। किसी भौतिक चीज़ के मॉडलिंग के लिए कौन सी ज्यामिति उपयोगी है, यह इस बात पर निर्भर करता है कि किस चीज़ की मॉडलिंग की जा रही है।

टोमैटो के प्रथम अंक में हम यूक्लिड द्वारा प्रतिपादित कुछ axioms और postulates की बात करेंगे, जिनके आधार पर ज्यामिति की चर्चा और उसका विश्लेषण किया गया। यूक्लिडियन ज्यामिति ज्यामिति का सबसे परिचित रूप है और इसका उपयोग दुनिया भर के स्कूलों और कॉलेजों में बड़े पैमाने पर किया जाता है। यह अंतरिक्ष में सपाट सतहों और बहु-आयामी वस्तुओं के गुणों से संबंधित है।

यूक्लिडियन ज्यामिति कुछ अभिधारणाओं या स्वयंसिद्धों पर आधारित है जो बिंदुओं, रेखाओं और समतलों के गुणों का वर्णन करते हैं। ये अभिधारणाएँ सभी यूक्लिडियन ज्यामिति का आधार बनती हैं और इनका उपयोग प्रमेयों को सिद्ध करने और समस्याओं को हल करने के लिए किया जाता है। यूक्लिडियन ज्यामिति में कुछ महत्वपूर्ण अवधारणाओं में बिंदु, रेखाएँ, समतल, कोण और त्रिभुज शामिल हैं।

गणित, विज्ञान और जीवन के विस्तार और शोध में ज्यामिति की केन्द्रीय भूमिका रही है। आज जब हम ज्यामिति के अध्ययन के लिए गणित की कई उपशाखाओं (Algebraic geometry, Differential geometry, Euclidean geometry, Non Euclidean geometry, Analytical geometry, Projective geometry, Convex geometry, Discrete geometry, Topology, Riemannian geometry etc.) को देखते हैं और उनके उपयोग से परिचित होते हैं तो गणित के प्रति रोमांच पैदा हो जाता है। यही रोमांच हमें गणित को पढ़ने, समझने और सीखने के लिए प्रेरित भी करता है।

आप सभी के हाथों में **टोमैटो** (Taste of Mathematical Observations) के प्रथम अंक को सौंपते समय आनन्द और रोमांच दोनों का ही अनुभव हो रहा है। बाकी पत्रिका हम सबकी है। इसके विस्तार, शोध .... की जिम्मेदारी हम सभी की है और उम्मीद है कि यह जिम्मेदारी हम सब मिलकर निभाएंगे।

02
JOURNEY

मेरी गणित की यात्रा

नरेंद्र कुमार सिंह

मेरी प्रारंभिक शैक्षिक यात्रा उत्तराखंड की सुदूर शांत पहाड़ियों से शुरू हुई, जहाँ मैंने पिथौरागढ़ (वर्तमान चंपावत) के एक प्राथमिक सरकारी स्कूल से पढ़ाई शुरू की। मेरे पिताजी, जो प्राथमिक विद्यालय में सहायक अध्यापक थे, उनका सामाजिक मुद्दों के प्रति प्रमुख जोर था और वे सामाजिक बेहतरी के लिए बहुत प्रतिबद्ध थे। उनके सामाजिक मुद्दों के प्रति उत्साह ने मुझ पर गहरा प्रभाव डाला।

मेरे शैक्षणिक जीवन में एक महत्वपूर्ण मोड़ प्राथमिक विद्यालय खूंटी (पिथौरागढ़) के तत्कालीन प्रधानाध्यापक श्री दान सिंह रावल सर के माध्यम से आया, जिन्होंने चौथी और पाँचवीं कक्षा के दौरान गणित में मेरी रुचि जगाई। उनके प्रोत्साहन ने विषय के प्रति मेरे शुरुआती आकर्षण को आकार देने में महत्वपूर्ण भूमिका निभाई।

इसके बाद, मैंने छठी कक्षा में राजकीय इंटर कॉलेज दुबौला, गंगोलीहाट में प्रवेश लिया। बीजगणित की प्रारंभिक समझ में कठिनाई आई, लेकिन रावल सर (वह अब भी मुझे पढ़ाते थे) के मार्गदर्शन से मैं इसे समझ पाया। सातवीं और आठवीं कक्षा में लोहनी सर की शिक्षण शैली ने मुझ पर गहरा प्रभाव डाला। पिताजी के संग बिताए समय ने मुझे सामाजिक मुद्दों की ओर आकर्षित किया। उनकी इच्छा थी कि मैं पत्रकार या साहित्यकार बनूं, न कि गणित में करियर बनाऊं। अब लगता है कि उनकी सोच सही थी, लेकिन उस उम्र में दोस्तों के प्रभाव में आकर मैंने और दिशा चुन ली।

नौवीं और दसवीं कक्षा में हमें बवाड़ी सर ने पढ़ाया जो गणित के काफी शानदार शिक्षक थे, लेकिन शायद मैं बाकी विषयों को अधिक प्राथमिकता देता रहा और इसका परिणाम यह हुआ कि हाई स्कूल में गणित में मेरे अन्य विषयों के सापेक्ष सबसे कम अंक आए।

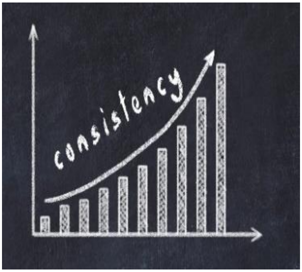
10वीं कक्षा के बाद का समय मेरे लिए बेहद चुनौतीपूर्ण रहा। ग्यारहवीं और बारहवीं में गणित के प्रति रुचि घटने से मेरा प्रदर्शन प्रभावित हुआ, और यह मेरे जीवन का एक कठिन दौर था। हालांकि, हल्द्वानी के एमबीपीजी कॉलेज में स्नातक की पढ़ाई के दौरान मेरे सीनियर राजेश प्रताप सिंह का मार्गदर्शन मेरे लिए transformative साबित हुआ। उनकी प्रेरणा ने मुझे आत्मविश्वास और सीखने का उत्साह लौटाया, और मेरी शैक्षणिक दिशा को नया मोड़ दिया। मेरी स्नातकोत्तर की पढ़ाई भी उतनी ही परिवर्तनकारी रही, जिसका श्रेय काफी हद तक एक अन्य प्रभावशाली शिक्षक डॉ• अमित सचदेव सर को जाता है। अमित सर के मार्गदर्शन के लिए मैं उनका हमेशा आभारी रहूंगा

इतनी प्रगति के बावजूद, यूजीसी नेट परीक्षा की तैयारी के दौरान मुझे काफी चुनौतियों का सामना करना पड़ा। शुरुआती प्रयासों में असफल होने के बावजूद, मैंने दृढ़ संकल्प के साथ अगले दो वर्षों में कठोर परिश्रम किया। स्वाध्याय, दोस्तों और विभिन्न संसाधनों से मैंने अपने कौशल और ज्ञान को निखारा, जिसका परिणाम 2003 में नेट (जे•आर•एफ) परीक्षा की सफलता के रूप में मिला।

2008 में मैंने आईआईटी-जेईई की तैयारी के लिए गणित पढ़ाना शुरू किया, जहाँ शुरुआत में जटिल सवालों से जूझना पड़ा। इस अनुभव ने मुझे मूलभूत अवधारणाओं की महत्ता सिखाई और बताया कि किसी अवधारणा का प्रयोग कैसे किया जाता है। अंततः मैंने महसूस किया कि अब मेरी समझ पहले से कहीं बेहतर है। 2016 में पीएचडी के लिए नैनीताल आने के बाद, मेरी मुलाकात डॉ. नवीन चंद्र सर से हुई, (जो अभी एच.एन.बी गढ़वाल, केन्द्रीय विश्वविद्यालय के पौड़ी परिसर में कार्यरत हैं)। उनकी अंतर्दृष्टि और सीखने का दृष्टिकोण मेरे लिए अत्यंत प्रेरणादायक रहा। उनके मार्गदर्शन में, मैंने गणित की जटिल अवधारणाओं को गहराई से समझा। विशेष रूप से टोपोलॉजी में उनकी कक्षाओं ने मुझे इस विषय के प्रति नई दृष्टि दी।

इस प्रकार, मेरे जीवन में अभी तक सीखने के मुख्य रूप से चार पड़ाव रहे- पहला जिसमें एमएससी हुई, दूसरा एमएससी से जेआरएफ तक का सफर जिस दौरान 2 वर्षों में मैंने बहुत कुछ सीखा, तीसरा 2008 से 2013 तक का पड़ाव जिसमें बहुत सी बुनियादी चीजें सीखी और चौथा पड़ाव था 2016 से 2018 तक।

इन सबके बावजूद, मेरी शिक्षा यात्रा आज भी जारी है। मैं नई-नई चीजें सीख रहा हूँ और हमेशा सीखने की दिशा में बढ़ता जा रहा हूँ। इस अनुभव से मैंने सीखा है कि सीखना एक निरंतर प्रक्रिया है, जिसे कभी समाप्त नहीं करना चाहिए। परीक्षा उत्तीर्ण करना महत्वपूर्ण हो सकता है, लेकिन सीखने की असली कुंजी उसे आत्मसात करना है। अपने लक्ष्य की ओर लगातार और धैर्यपूर्वक बढ़ने से ही स्थायी प्रगति प्राप्त होती है। मैंने सीखा है कि स्थायी प्रगति निरंतर प्रयासों से ही होती है, न कि जल्दबाजी से।



इसलिए, मेरा सुझाव है कि आप भी अपने जीवन में सीखने की प्रक्रिया को कभी न छोड़ें। परीक्षा उत्तीर्ण करने के लिए नहीं, बल्कि वास्तविक ज्ञान के लिए पढ़ें। जब आप किसी क्षेत्र में गहराई से उतरेंगे, तो आपका स्तर स्वतः ही बढ़ जाएगा।

नरेंद्र कुमार सिंह, एम.बी.जी.पी.जी. कॉलेज, हल्द्वानी (कुमाऊं विश्वविद्यालय) में गणित के सहायक आचार्य हैं और इस पत्रिका के संपादक के रूप में अपनी भूमिका निभा रहे हैं।

03
GEOMETRY

यूक्लिडियन ज्यामिति (Euclidean Geometry)

स्वप्निल श्रीवास्तव

यूक्लिड के समय के यूनानी गणितज्ञों ने ज्यामिति को उस विश्व का एक सिद्धांतीय प्रतिमान सोचा जिसमें वह रहते थे। बिंदु (point), रेखा (line), तल (plane) या पृष्ठ (surface) इत्यादि की अवधारणाएं उन वस्तुओं से स्थापित की गई जो उनके आसपास आकाश और उनके आसपास के ठोसों के अध्ययनों के आधार पर, एक ठोस वस्तु की सिद्धांतीय ज्यामितीय अवधारणा विकसित की गई। एक ठोस का आकार होता है, माप और स्थिति होती है तथा उसे एक स्थान से दूसरे स्थान तक ले जाया जा सकता है। इसकी परिसीमाएं पृष्ठ (surface) कहलाती हैं। यह आकाश के एक भाग को दूसरे भाग से पृथक करती है और इनकी कोई मोटाई नहीं होती। पृष्ठों की परिसीमाएं वक्र (curves) या सीधी रेखाएं (straight lines) होती हैं। इन रेखाओं के सिरे बिंदु होते हैं ।

यूक्लिड (300 ईसा पूर्व)

यूक्लिड ने इन कथनों को संक्षिप्त रूप से परिभाषाओं के रूप में प्रस्तुत किया उन्होंने अपने इन रहस्य उद्घाटनों का प्रारंभ एलिमेंट्स नामक पुस्तक के खण्ड 1 में 23 परिभाषाएं देकर किया इनमें से कुछ परिभाषाएं नीचे दी जा रही हैं:

*** एक बिंदु वह है जिसका कोई भाग नहीं होता**
(A point is that which has no part.)

*** एक रेखा चौड़ाई रहित लंबाई होती है**
(A line is breadthless length.)

*** एक रेखा के सिरे बिंदु होते हैं**
(The ends of a line are points.)

*** एक सीधी रेखा ऐसी रेखा है जो स्वयं पर बिंदुओं के साथ सपाट रूप से स्थित होती है**
(A straight line is a line which lies evenly with the points on itself.)

*** एक पृष्ठ वह है जिसकी केवल लंबाई और चौड़ाई होती है**
(A surface is that which has length and breadth only.)

*** पृष्ठ के किनारे रेखाएं होती हैं**

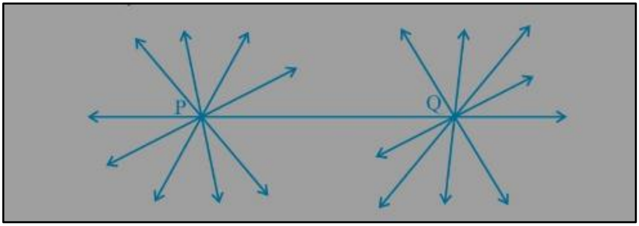
(The edges of a surface are lines.)

*** एक समतल पृष्ठ ऐसा पृष्ठ है जो स्वयं पर सीधी रेखाओं के साथ सपाट रूप से स्थित होता है**

(A plane surface is a surface which lies evenly with the straight lines on itself.)

ध्यानपूर्वक इन परिभाषाओं को देखने पर लगेगा की कुछ पदों जैसे भाग, चौड़ाई, लंबाई, सपाट रूप से इत्यादि को स्पष्ट रूप से आगे और अधिक समझने की आवश्यकता है। उदाहरणार्थ बिंदु की परिभाषा पर विचार करने पर 'एक भाग' को परिभाषित करने की आवश्यकता है। मान लीजिए कि हम यह परिभाषित करें की 'एक भाग' वह है जो क्षेत्र घेरता है, तो हमें पुनः क्षेत्र को परिभाषित करने की आवश्यकता होगी। अतः एक वस्तु को परिभाषित करने के लिए, हमें अनेक वस्तुओं को परिभाषित करने की आवश्यकता होती है और बिना किसी अंत के परिभाषाओं की एक लंबी श्रृंखला प्राप्त हो सकती है। इन्हीं कारणवश, गणितज्ञों द्वारा कुछ ज्यामितीय पदों को प्रारम्भिक पद (Primitive term) मान लिया गया। इस विधि से हम एक बिंदु की ज्यामितीय संकल्पना का ऊपर दी हुई परिभाषा की तुलना में एक बेहतर अंतर्ज्ञानात्मक आभास प्राप्त कर पाते हैं। इसलिए हम बिंदु को एक सूक्ष्म बिंदी से निरूपित करते हैं परंतु इस सूक्ष्म बिंदी की कुछ न कुछ विमा अवश्य होती है। इसी प्रकार की समस्या उपरोक्त परिभाषा में चौड़ाई और लंबाई के संदर्भ में भी आती है और इनमें से किसी को भी पहले परिभाषित नहीं किया गया है। इसी कारण किसी भी विषय के अध्ययन के लिए कुछ पदों को प्रारम्भिक पद (Primitive term) मान लिया जाता है जिसे परिभाषित नहीं किया जाता है। इसलिए ज्यामिति में हम बिंदु, रेखा और तल (यूक्लिड के शब्दों में समतल पृष्ठ) को प्रारम्भिक शब्दों के रूप में मानकर चलते हैं। केवल यह बात अवश्य है कि हमें ने अंतर्ज्ञानात्मक रूप से निरूपित कर सकते हैं अथवा भौतिक प्रतिमानों की सहायता से स्पष्ट कर सकते हैं।

अपनी इन परिभाषाओं से प्रारंभ करते हुए यूक्लिड ने कुछ गुणों को बिना सिद्ध किए सत्य कथन मानने की कल्पना की है। यह कल्पनाएं वास्तव में **"स्पष्टतः सर्वव्यापी सत्य"** थे। उन्होंने इनको दो वर्गों में विभाजित किया। यह वर्ग थे **अभिगृहीत** (Axioms) और **अवधारणाएं** (Postulates)। उन्होंने अभिधारणा शब्द का प्रयोग उन कल्पनाओं के लिए किया जो विशिष्ट रूप से ज्यामिति से संबंधित थी। दूसरी ओर सामान्य अवधारणाएं (जिन्हें प्रायः अभिगृहीत कहा गया) वे कल्पनाएं थीं जिन्हें निरंतर गणित में प्रयोग किया गया और जिनका केवल ज्यामिति से ही विशेष संबंध नहीं था।



एलिमेंट्स (Elements) की पहली पुस्तक की शुरुआत में यूक्लिड ने समतल ज्यामिति के लिए पाँच अभिधारणाएँ (स्वयंसिद्ध) दीं, जिन्हें निर्माणों के संदर्भ में कहा गया है (जैसा कि थॉमस हीथ द्वारा अनुवादित किया गया है):

निम्नलिखित को मान लिया जाए:

1. **किसी भी बिंदु से किसी भी बिंदु तक सीधी रेखा खींचना ।**
   To draw a straight line from any point to any point.

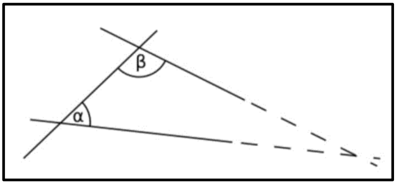
2. **एक परिमित सीधी रेखा को निरंतर एक सीधी रेखा में उत्पन्न (विस्तारित) करना ।**
   To produce (extend) a finite straight line continuously in a straight line.

3. **किसी भी केंद्र और दूरी (त्रिज्या) वाले वृत्त का वर्णन करना ।**
   To describe a circle with any centre and distance (radius).

4. **सभी समकोण एक दूसरे के बराबर होते हैं।**
   That all right angles are equal to one another.

5. **[समानांतर सिद्धांत]: यदि दो सीधी रेखाओं पर पड़ने वाली एक सीधी रेखा एक ही तरफ के आंतरिक कोणों को दो समकोणों से कम बनाती है, तो दो सीधी रेखाएँ, यदि अनिश्चित काल तक बढ़ाई जाती हैं, तो उस तरफ मिलती हैं जिस तरफ के कोण दो समकोण से कम होते हैं।**
   [**The parallel postulate**]: That, if a straight line falling on two straight lines make the interior angles on the same side less than two right angles, the two straight lines, if produced indefinitely, meet on that side on which the angles are less than two right angles.

यद्यपि यूक्लिड स्पष्ट रूप से केवल निर्मित वस्तुओं के अस्तित्व पर ही जोर देते हैं, अपने तर्क में वह परोक्ष रूप से उन्हें अद्वितीय भी मानते हैं।
तत्वों में निम्नलिखित पाँच "**सामान्य धारणाएँ**" भी शामिल हैं:



1. **जो चीजें एक ही चीज के बराबर होती हैं वे एक दूसरे के बराबर भी होती हैं (यूक्लिडियन संबंध का सकर्मक गुण)।**
   Things that are equal to the same thing are also equal to one another (the transitive property of a Euclidean relation).

2. **यदि बराबर को बराबर में जोड़ा जाए, तो पूर्ण बराबर होते हैं (समानता का योगात्मक गुण)।**
   If equals are added to equals, then the wholes are equal (Addition property of equality).

3. **यदि बराबर को बराबर में से घटाया जाए, तो अंतर बराबर होता है (समानता का घटाव गुण)।**
   If equals are subtracted from equals, then the differences are equal (subtraction property of equality).

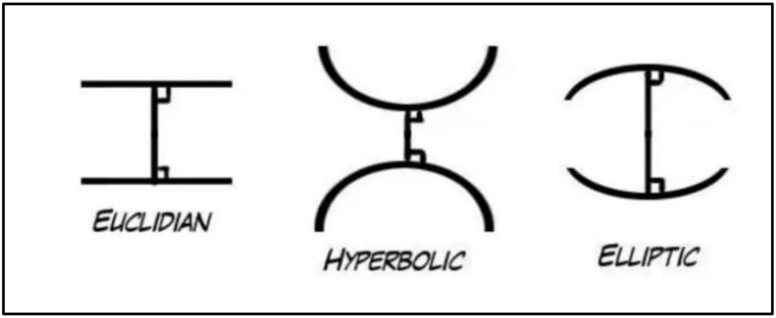
4. **जो चीजें एक दूसरे से मेल खाती हैं वे एक दूसरे के बराबर होती हैं (प्रतिवर्ती गुण)।**
   Things that coincide with one another are equal to one another (reflexive property).

5. **सम्पूर्ण भाग अपने भाग से बड़ा है।**
   The whole is greater than the part.

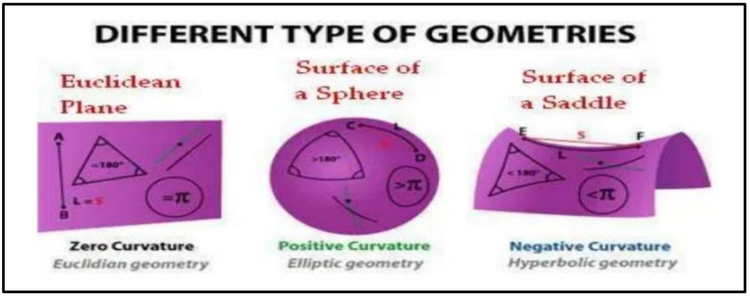
आधुनिक विद्वान इस बात से सहमत हैं कि यूक्लिड की धारणाएँ वह पूर्ण तार्किक आधार प्रदान नहीं करतीं जो यूक्लिड को अपनी प्रस्तुति के लिए आवश्यक था। आधुनिक उपचार स्वयंसिद्धों के अधिक व्यापक और पूर्ण सेट का उपयोग करते हैं।

यूक्लिडियन ज्यामिति रचनात्मक है । अभिधारणा **1, 2, 3** और **5** कुछ ज्यामितीय आकृतियों के अस्तित्व और विशिष्टता पर जोर देते हैं, और ये दावे रचनात्मक प्रकृति के हैं: अर्थात्, हमें न केवल बताया जाता है कि कुछ चीजें मौजूद हैं, बल्कि उन्हें बनाने के तरीके भी दिए गए हैं, जिनके लिए केवल एक कम्पास और एक अचिह्नित सीधी रेखा की आवश्यकता होती है । इस अर्थ में, यूक्लिडियन ज्यामिति कई आधुनिक स्वयंसिद्ध प्रणालियों जैसे सेट सिद्धांत से अधिक ठोस है, जो अक्सर वस्तुओं के निर्माण के तरीके बताए बिना उनके अस्तित्व पर जोर देते हैं, या यहां तक कि उन वस्तुओं के अस्तित्व पर भी जोर देते हैं जिन्हें सिद्धांत के भीतर नहीं बनाया जा सकता है। सख्ती से कहा जाए तो, कागज पर रेखाएं औपचारिक प्रणाली के भीतर परिभाषित वस्तुओं के मॉडल हैं, न कि उन वस्तुओं के उदाहरण। उदाहरण के लिए, एक यूक्लिडियन सीधी रेखा की कोई चौड़ाई नहीं होती हालाँकि लगभग सभी आधुनिक गणितज्ञ गैर-रचनात्मक तरीकों को रचनात्मक तरीकों के समान ही सही मानते हैं, यूक्लिड के रचनात्मक प्रमाण अक्सर भ्रामक गैर-रचनात्मक प्रमाणों की जगह ले लेते हैं - उदाहरण के लिए, पाइथागोरस के कुछ प्रमाण जिनमें अपरिमेय संख्याएँ शामिल थीं, जिसके लिए आमतौर पर एक कथन की आवश्यकता होती थी जैसे कि "सबसे बड़ा सामान्य माप खोजें..."

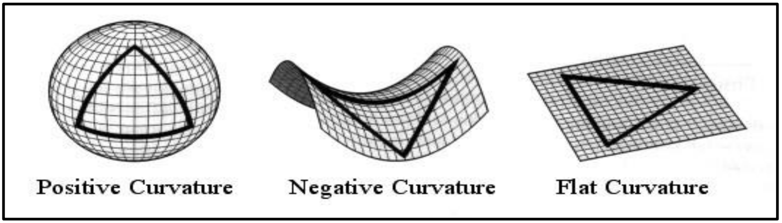
यूक्लिड अक्सर विरोधाभास द्वारा प्रमाण का उपयोग करते थे। यूक्लिडियन ज्यामिति सुपरपोजिशन की विधि की भी अनुमति देती है, जिसमें एक आकृति को अंतरिक्ष में दूसरे बिंदु पर स्थानांतरित किया जाता है।



यूक्लिडियन और गैर-यूक्लिडियन ज्यामिति के बीच मुख्य अंतर समानांतर रेखाओं की प्रकृति है। यूक्लिडियन ज्यामिति में, समानांतर रेखाएँ कभी भी प्रतिच्छेद नहीं करती हैं, जबकि गैर-यूक्लिडियन ज्यामिति में, समानांतर रेखाएँ प्रतिच्छेद कर सकती हैं। यह इस तथ्य के कारण है कि गैर-यूक्लिडियन ज्यामिति में, त्रिभुज के कोणों का योग हमेशा 180 डिग्री के बराबर नहीं होता है।



गैर-यूक्लिडियन ज्यामिति ज्यामिति में एक और हालिया विकास है और यह घुमावदार सतहों और स्थानों के गुणों से संबंधित है। इसमें हाइपरबोलिक ज्यामिति शामिल है, जो इस धारणा पर आधारित है कि कोई समानांतर रेखाएँ नहीं हैं, और दीर्घवृत्ताकार (अण्डाकार) ज्यामिति, जो इस धारणा पर आधारित है कि कोई सीधी रेखाएँ नहीं हैं। गैर-यूक्लिडियन ज्यामिति के भौतिकी में महत्वपूर्ण अनुप्रयोग हैं, जिसमें सामान्य सापेक्षता और ब्रह्मांड विज्ञान का अध्ययन शामिल है।



यूक्लिडियन और गैर-यूक्लिडियन ज्यामिति दो अलग-अलग प्रकार की ज्यामिति हैं जिनमें अलग-अलग धारणाएँ और स्वयंसिद्ध हैं। जबकि उनमें कुछ समानताएँ हैं, जैसे कि वास्तविक जीवन में उनके अनुप्रयोग, उनमें कुछ मौलिक अंतर भी हैं, जैसे कि समानांतर रेखाओं की प्रकृति और दूरी की अवधारणा।

स्वप्रिल श्रीवास्तव, यूइंग क्रिश्चियन कॉलेज, संघटक महाविद्यालय इलाहाबाद विश्वविद्यालय में गणित के सहायक आचार्य हैं और इस पत्रिका के संपादक के रूप में अपनी भूमिका निभा रहे हैं।

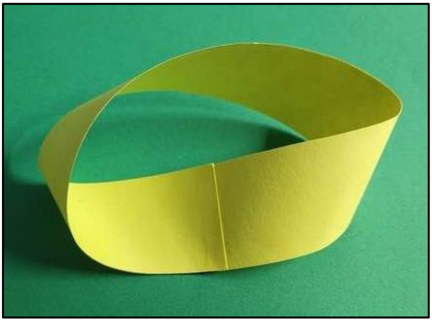
04
TOPOLOGY

One Strip, Endless Surprises:
The Möbius Phenomenon
Rakesh Biswas

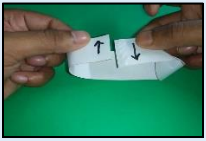
Though the objects below are of dimension three but their surfaces are of dimension two. If the outer skin of an object is smooth and has no sharp edges then such a surface is called an **Ordinary Surface**. If we observe carefully then we notice that the skin of an apple has two surfaces (outer and inner surfaces), the soap bubble also has two surfaces and a piece of paper also has two surfaces.

In our three-dimensional world, Johann Benedict Listing and August Ferdinand Möbius independently found an amazing one-dimensional object in 1858 called **Twisted Cylinder** or **Möbius Strip**.

The Möbius strip is a fascinating and unique geometric shape that has only one surface and one edge. It can be created by taking a rectangular strip of paper, giving it a half-twist (180 degrees), and then joining the two ends together.



How to Make a Mobius Strip?

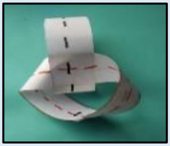
Step – 1: Cut a long, narrow strip of paper. Mark arrows at the both ends and both sides in the same direction. 	**Step –2:** Give the strip a twist (180 degrees) and join the ends together. 	**Step – 3:** Now you have a Möbius strip! 

Let's Experiment With a Möbius Strip:

Experiment -1			
Take a Möbius strip. 	Draw a dotted line down the mid of the strip. 	Cut long the dotted line. 	We get Möbius strip with two twists. 

Experiment -2		
Take a Möbius strip. 	Mark dotted line in the ratio 1:3. 	We'll get two interlocked mobius strips, one of them with two twists. 

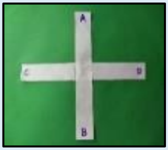
Experiment – 3

Take two strips and glue them. 	Join A to B & C to D with an upward twist at D. 	Draw dotted line through the mid of the strip. 	We will get a square. 

Experiment-4

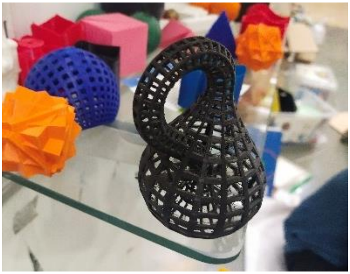
Take two strips and glue them 	Join A to B with an upward twist at A And join C to D with an upward twist at D. 	Draw dotted line through the mid of the strip. 	We will get two disjoint shapes, one with a twist. 

Experiment-5

Take two strips and glue them. 	Join A to B with an upward twist at A and join C to D with a downward twist at D. 	Draw dotted line through the mid of the strip. 	We will get two interlocked hearts. 

What's special in a Möbius strip?

To understand the structural quality of an Möbius strip, let us take a Möbius strip and mark a point with a pen on its surface. Move your pen forward continuously on the strip. You will feel that to cover the whole strip you took twice the time you thought ! Kelin bottle (**4 dimensional structure**) can be made using a mobius strip but in a clever way.



Klein Bottle

Fun facts about Möbius strip are below :

1. One Side Only: The Möbius strip has just one side. If you draw a line down the middle, you'll end up back where you started without lifting your pencil!

2. No Inside or Outside: It's non-orientable, meaning there's no clear "inside" or "outside." If you try to paint it, the colors will mix because it's all one surface.

3. Half-Twist**:** You make a Möbius strip by giving a strip of paper a half-twist and then joining the ends together.

4. One Edge**:** The Möbius strip has only one edge. If you cut along it, you'll end up with a strip that's twice as long but still with one edge!

5. Mathematical Oddity**:** In math, the Möbius strip is a non-orientable surface that has fascinated people for a long time.

6. Art and Design**:** Artists and designers love the Möbius strip. It's shown up in sculptures, jewelry, and buildings, and M.C. Escher used it in his art.

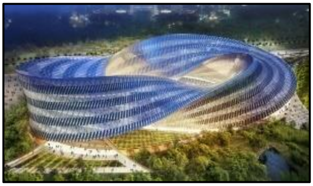
7. Endless Loop**:** The Möbius strip is like an infinity loop because it keeps going with no clear start or finish.

Application of Möbius strip in real life:

Conveyor Belts: A Möbius strip design extends conveyor belt lifespan by distributing wear evenly across its surface, reducing maintenance and replacement costs.

Musical Instruments: Some instruments, like violins, integrate Möbius strips to enhance sound quality. This design allows sound waves to travel in unique patterns, resulting in richer tones**.**

Cyclic Proteins: The structure of certain cyclic proteins mirrors a Möbius strip, enhancing stability and resistance to destabilizing reactions, which is crucial in biochemistry.



Creative Art: The Möbius strip inspires artists and architects, symbolizing infinity and dimension interplay, and is used in sculptures and designs to convey complex ideas about time and space.

Sources:

1. Topology by James R. Munkres
2. The Möbius Strip: A Kinetic Sculpture" by Peter W. Schick
3. Topology and Geometry" by Glen E. Bredon
4. A First Course in Topology: Continuity and Dimension" by John McCleary

Rakesh Biswas is a research scholar in Mathematics at D.S.B. Campus, Nainital.

05
NUMERICAL ANALYSIS

संख्यात्मक विश्लेषण : एक संक्षिप्त परिचय
(Numerical Analysis : Introduction & Applications)
पंकज वारियाल

गणितीय समीकरणों को हल करते समय कभी-कभी मानक रूप में न मिलने पर हमें उनके गुणों का गहन अध्ययन करना पड़ता है। विभिन्न तकनीकों का प्रयोग करके उन्हें हल करने योग्य रूप में लाने से समस्या का समाधान होता है और हमारी गणितीय सोच और तार्किक विश्लेषण की क्षमता भी विकसित होती है। **उदाहरण: (i)** $f(x) = e^{-0.5x} - 5x$.

(ii) $f(x) = \sin^2 x - x^2 - 2$.

इस प्रकार की अनेक समस्यायें इंजीनियरिंग एवं विज्ञान के क्षेत्र में प्रायोगिक रूप से प्रकट होती रहती हैं जिन्हें हल करने में संख्यात्मक विश्लेषण (Numerical analysis) अपनी महत्वपूर्ण भूमिका निभाती है । अतः यह कहा जा सकता है कि संख्यात्मक विश्लेषण , गणित की वह शाखा है जो जटिल गणितीय समस्याओं के प्रभावी समाधान की ओर बढ़ने का मार्ग प्रशस्त करती है। आधुनिक संख्यात्मक विश्लेषण की उत्पत्ति को **जॉन वॉन न्यूमैन** और **हरमन गोल्डस्टाइन** तथा **ई. टी. व्हिटेकर** के कार्य से जोड़कर देखा जाता है। संख्यात्मक विश्लेषण के अन्तर्गत अंतर्वेशन (Interpolation), संख्यात्मक अवकलन (Numerical Differentiation), संख्यात्मक रैखिक बीजगणित (Numerical Linear Alegbra) आदि से सम्बन्धित अध्ययन किया जाता है। पिछले कुछ दशकों में कम्प्यूटर के क्षेत्र में निरन्तर प्रगति हुई है जिससे यह जिससे यह विषय बहुत लोकप्रिय हो रहा है। वैज्ञानिक अनुसंधान के क्षेत्र में इसे आधुनिक उपकरण की तरह प्रयुक्त किया जा रहा है। परिणामस्वरूप अनेक साफ्टवेयर प्रोग्राम विकसित किए जा रहे हैं-

1.MATLAB (Mathematical Laboratory)
2.MATHEMATICA
3.Maple Mathematical Software

इनके माध्यम से कठिन समस्याओं को प्रभावी एवं सरल तरीके से हल किया जा सकता है। **संख्या विश्लेषण हमें अनुमानित हल** (Approximate Solution) प्रदान करता है जबकि अन्य विधियों से हम सटीक हल (Exact Solution) प्राप्त करते हैं। इसलिए यहाँ यह आवश्यक हो जाता है कि त्रुटि के स्तर को न्यूनतम करने के लिए हम उत्तरोत्तर चरणों का प्रयोग करें।

Interpolation: The Art of Reading Between the Lines of Tables

अंतर्वेशन शब्द प्राचीन ग्रीस से आया, जहाँ पर किसान अपनी फसलों को उगाने के लिए उचित समय आदि की गणना सूर्य, चन्द्र एवं पृथ्वी की सापेक्षिक स्थितियों के अनुसार करते थे। इस प्रकार वे उनकी स्थितियों से बनने वाली रेखा, वक्र (Curves),के आधार पर किसी विशेष बिन्दु पर वर्षा अथवा सूर्य की किरणों के सीधे पड़ने का अनुमान लगाते थे।

वर्तमान समय में, मानसून से सम्बन्धित गणनाओं में अन्य बातों के अलावा, इण्टरपोलेशन का योगदान भी प्रतीत होता है। इसी प्रकार, चीन में इण्टरपोलेशन का प्रयोग **Imperial Standard Calendar** के निर्माण में किया जाता था, जो न्यूटन ग्रैगरी सूज पर आधारित था। इसी प्रकार, कुछ विशेष जीव रैखिक अन्तर्वेशन (Linear Interpolation) का प्रयोग करके जीवा फलन (Cord Function) निर्मित करते थे, जो कि वर्तमान में **Sinusoidal Function** के समान है।

यह तथ्य कहीं न कहीं इस ओर भी संकेत करता है कि इण्टरपोलेशन का प्रयोग, प्रकृति में विद्यमान विभिन्न प्राणियों के द्वारा भिन्न भिन्न चरणों में किया जाता रहा है।- भारतीय प्राचीन खगोलशास्त्रियों एवं गणितज्ञों का भी, इस विधा में योगदान रहा है। उदाहरण के लिए Sine Function के द्वितीय कोटि Second Order ,इण्टरपोलेशन एवं असमान अंतराल के साथ इण्टरपोलेशन Interpolation with unequal Interval ,में भारतीय गणितज्ञ ब्रह्मगुप्त जी का योगदान उल्लेखनीय है।

उदाहरण के माध्यम से इण्टरपोलेशन की व्याख्या -

Year	**1911**	**1921**	**1931**	**1941**	**1951**
Population (Thousands)	12	15	20	27	39

उपरोक्त सारणी में 10 वर्ष के अन्तराल पर जनगणना के आँकड़े प्रस्तुत किये गये हैं। इण्टरपोलेशन विधि के माध्यम से बिना फलन (Function) की सहायता से इन प्रदत्त आंकड़ों का प्रयोग करके हम इन वर्षों के मध्य में किसी भी वर्ष की जनसंख्या लगभग में प्राप्त कर सकते हैं। इसके लिए हम ऑपरेटर की सहायता से इण्टरपोलेशन के विभिन्न सूत्रों का प्रयोग करते हैं।

पंकज वरियाल, एम. बी. पी. जी. कॉलेज, हल्द्वानी में एम.एस.सी. के छात्र हैं।

06
PHILOSHOPHY

RELIGION ∩ MATHS=∅

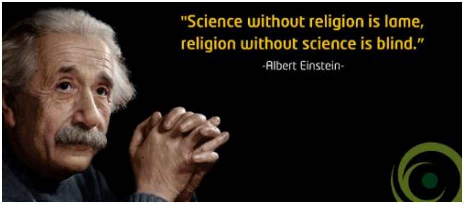
Himanshu Bhatt

We heard them say "Science and faith cannot co-exists; the voice of reason or the voice of faith, must drawn out the other". So, what to choose and what to abandon? Well, I'll not discard either. Instead I'll say that I need both Math and religion, the former to help me invent wonders & to latter to bequeath me with moral conscience to not misuse those inventions.

What is the largest number your mind can conceive? What is the size of the universe? The answer to both these question is the same. The answer is not infinity, it is Zero, and so is the largest numbers.

I know it's difficult to comprehend but let me explain. For every Positive number, there exist a negative number in MATHEMATICS. For every matter "there exist" an anti-matter in nature. This is the biggest picture. Therefore, when you put everything together, the size of the universe is zero. Zero is there simultaneously everything as well as nothing. That's why it's called a **WHOLE NUMBER**. You add or remove anything from this whole, it still remains a Whole.

So this is where I am reminded a famous quote by **Albert Einstein**. "SCIENCE WITHOUT RELIGION IS LAME, RELIGION WITHOUT SCIENCE IS BLIND"



The history of **Zero** satisfies this quote brilliantly. In India, The SANSKRIT word for "EMPTY" or "BLANK" is "SUNYA". This sunya is

transliterated, within the Indian system of Numerology, as the idea of zero and indeed the symbol "O as we know it today. If we think about this circle "**O**" it suddenly takes on a ceppro priateness to the notion of nothing, even pictographically.

For at the center of its circumference is a blank similar to the void in the center of the sky. This Profound correlation between MATHEMATICS and NATURE can be used to explain the evolution of Religion.

MATHS and RELIGION are fundamentally similar, as they both try to seek truth & use faith to find it. Mathematical proofs have always lent a helping hand to explore nature allowing us to procure reasons behind religious beliefs. Creating more belief in both Math’s and religion. Progress in each allows a person to be more patient and faith to discover more about unsolved mysteria in NATURE.

"You know, I don't think math is a science. I think it's a Religion"

"**A religion?"**

"Yeah. All these equation & when are like miracles. You take two numbers &you add them they magically become one new number.

No one can say how it happens. You either believe it or you don't.

The whole book is full of thing that've to be accepted on faith. **It's a RELIGION!!**

Source: Calvin and Hobbes: Maths Is a Religion (Comic Book)

Himanshu Bhatt is an alumni of M.Sc. at M.B.G.P.G. College, Haldwani.

07
PHILOSOPHY

गणित और अनंतता का संगम: एक दार्शनिक यात्रा

कृष्ण चन्द्र बधानी

भारत के साहित्य जगत के सर्वोच्च सम्मान ज्ञानपीठ पुरस्कार से सम्मानित हिंदी साहित्यकार कुंवर नारायण की कविता के अंश से मैं अपना लेख शुरू करना चाहता हूं।

"कितना स्पष्ट होता आगे बढ़ते जाने का मतलब
अगर दसों दिशाएँ हमारे सामने होतीं,
हमारे चारों ओर नहीं।
कितना आसान होता चलते चले जाना
यदि केवल हम चलते होते
बाक़ी सब रुका होता।
मैंने अक्सर इस ऊलजलूल दुनिया को
दस सिरों से सोचने और बीस हाथों से पाने की कोशिश में
अपने लिए बेहद मुश्किल बना लिया है। "

गणित का शुरुआती जीवन भी कुछ इसी तरह का रहा होगा सब कुछ व्यवहारिक और सीमित सा लगता होगा, लेकिन समय ने साबित किया है कि गणित की सीमा हमारे व्यवहारिक जीवन से कही अधिक है, शायद इतनी कि हम कभी कल्पना भी ना कर सके। कुछ वैज्ञानिकों का यहाँ तक कहना है कि विज्ञान को आधुनिक गणित का उपयोग करने के लिए अभी 500 वर्ष चाहिए।

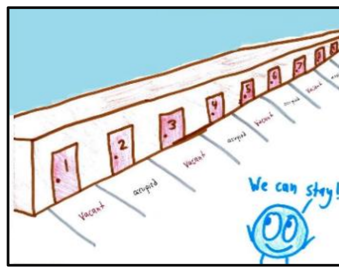
गणित प्रकृति कि भाषा है, इस भाषा में प्रकृति अपने सौंदर्य का वर्णन करती है, अपने विशालकाय स्वरूप से आभास कराती है, अपने हर सही बात को कहने कि क्षमता रखती है चाहे सामने कोई भी हो। गणित की खूबसूरती कि चर्चा के बीच आज तक किसी देश कि सीमा ने दखल नहीं दिया है, गणित अपनी शुद्धतम भाषा होने का प्रमाण हर बार देता आया है और अनंतकाल तक देता रहेगा, चाहे पृथ्वी पर जीवन रहे या ना रहे।

कुछ उदाहरणों से इसकी भाषा में छिपी चालाकी, तर्क का स्तर और इसकी व्यापकता को समझने का प्रयास करते है :

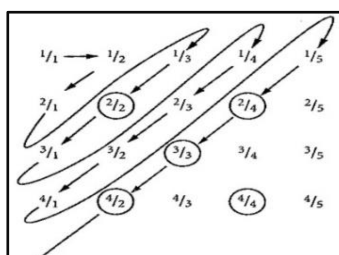
हम जानते है कि किसी भी दो प्राकृतिक संख्याओं का योगफल हमेशा एक प्राकृतिक संख्या ही होती है, ये बात भी बहुत सामान्य सी लगती है कि अगर दो से ज्यादा प्राकृतिक संख्याएँ भी जोड़ दी जाये तो अंततः हमें कोई बड़ी प्राकृतिक संख्या ही मिलेगी लेकिन क्या होगा अगर हम सारी की सारी प्राकृतिक संख्याओं को एक साथ जोड़ दे? कही आप ये तो नहीं सोच रहे कि योगफल अनंत (infinity) होगा? क्या इसका मतलब ये हुआ की अनंत भी एक प्राकृतिक संख्या है? फिर इसके बाद आने वाली अगली प्राकृतिक संख्या क्या होंगी? प्रश्नों का क्रम आप भी आगे बढ़ा सकते है ।

> क्या आप जानते है कि 1+2+3+.... = -1/12 को बहुत आसानी से साबित किया जा सकता है? थोड़े और चालाकी से जोड़ने पर योगफल को 1/8 भी दर्शाया जा सकता है कारण क्या है?

हिल्बर्ट का अनंत होटल : कल्पना कीजिए कि एक होटल में अनंत संख्या में कमरे हैं और सभी भरे हुए हैं। अगर एक नया अतिथि आता है, तो होटल अभी भी उसे जगह दे सकता है। इसके लिए हर अतिथि को उसके कमरे से एक आगे के कमरे में शिफ्ट करना होगा, यानी कमरे (n) से (n+1) में। इससे कमरा 1 खाली हो जाएगा और नया अतिथि उसमें रह सकता है। यानी होटल पूरी तरह से भरा हुआ होने के बावजूद उसमें हमेशा और भी मेहमानों के लिए जगह बनाई जा सकती है ।



कैंटर का डायगोनल तर्क : कैंटर का तर्क यह बताता है कि 0 और 1 के बीच की वास्तविक संख्याओं का सेट गणनीय रूप से अनंत नहीं है, यानी यह एक बड़ी प्रकार की अनंतता है, जो प्राकृतिक संख्याओं के सेट की तुलना में अधिक है, जो गणनीय अनंत है। यह तर्कहीन प्रतीत हो सकता है क्योंकि हम सामान्यतः सभी अनंतताओं को एक जैसा मानते हैं।



कृष्ण चन्द्र बधानी एम. बी. पी. जी. कॉलेज, हल्द्वानी में गणित के शोधार्थी हैं।

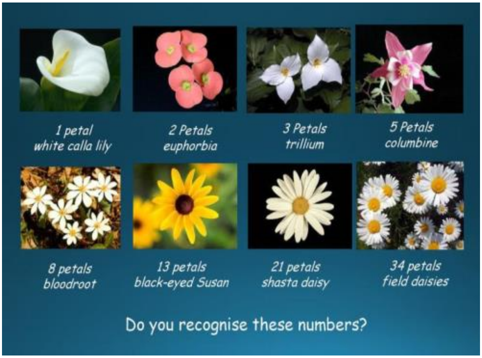
08
ANALYSIS

The Spiral of Life :
Understanding the Fibonacci Series

Upasana Negi

Is there a mathematical formula for beauty ? You migh be surprised !

Have you ever counted the number of petals on a flower? If you've ever taken the time to count them on a perfectly intact bloom, you might notice something curious: many flowers have **3, 5, 8, 13, 21**, or even more petals. These numbers aren't random; they follow a pattern that appears over and over again in nature, in places as diverse as the spirals of seashells, knthe branching of trees, and even the swirl of galaxies. Imagine a sequence of numbers that has captivated mathematicians, artists, and scientists for centuries. A sequence that not only holds mathematical beauty but also reveals a hidden order in the world around us .



This is the Fibonacci sequence—a seemingly simple series of numbers that appear in the most unexpected places. But what is it about this sequence that makes it so special, and why does it resonate so deeply across different fields? Let's embark on a journey to explore the fascinating story of the Fibonacci sequence and uncover the secrets it holds within.

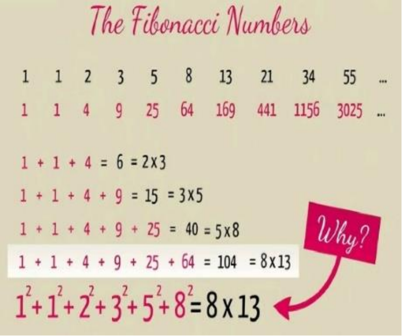
The Fibonacci sequence is a series of numbers in which a given number is the addition of the two numbers before it. So, if you start with 0, the next number will be 1, followed by 1, followed by 2, followed by 3 and so on. i.e**. 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55…..**

As you can see, every number in this series or sequence is obtained by adding the two preceding numbers. This simple series of numbers is referred to as the Fibonacci sequence for Fibonacci series. And individual numbers in this sequence are often called Fibonacci numbers. **The Fibonacci sequence is represented with this formula**

F(n) = F(n-1) + F(n-2) ; where n>1.

You can use this expression to find any 'n'th digit in the sequence.

There are many more applications of Fibonacci numbers but let me tell you what I found most inspiring about them is how they show beautiful number patterns. Start with the sequence: 1,2,3,5,8, and 13. When you add consecutive Fibonacci numbers, you get the next in the sequence. But something special happens when you add their squares together.



For instance:

$1^2 + 1^2 = 2$, $1^2 + 2^2 = 5$, $2^2 + 3^2 = 13$, and yes, the pattern continues. In fact, here's another one. Suppose you wanted to look at adding the squares of the first few Fibonacci numbers. Let's explore the results.

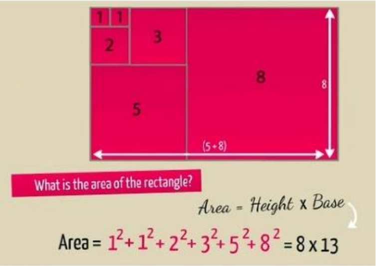
Starting with 1 plus 1 plus 4, we get 6. Adding 9 brings us to 15. Adding 25 gives us 40, and finally, adding 64 results in 104.

At first glance, these numbers don't appear to be Fibonacci numbers, but if you examine them more closely, you'll notice the Fibonacci sequence hidden within. Let me show you:

6 is 2 times 3, 15 is 3 times 5, 40 is 5 times 8. Recognize those numbers?

2, 3, 5, 8—it's Fibonacci! How fascinating, right?

Let's take a look at the last equation. Why do the squares of 1, 1, 2, 3, 5, and 8 add up to 8 multiplied by 13?



Lets understand using a simple diagram. We begin with a 1x1 square, and place another 1x1 square next to it. Together, they create a 1x2 rectangle. Below that, we add a 2x2 square, followed by a 3x3 square, a 5x5 square, and finally an 8x8 square, forming one large rectangle.

Now, let's consider the area of this rectangle. On one hand, it's the sum of the areas of the squares within it—exactly as we constructed it. This gives us the area as 1 squared plus 1 squared plus 2 squared plus 3 squared plus 5 squared plus 8 squared. On the other hand, since it's a rectangle, its area is also the product of its height and base. The height is clearly 8, and the base is 5 plus 8, which is the next Fibonacci number, 13. Therefore, the area is also 8 times 13. By calculating the area in two different ways and getting the same result, we understand why the squares of 1, 1, 2, 3, 5, and 8 add up to 8 multiplied by 13. If we continue this process, we'll create rectangles with dimensions like 13 by 21, 21 by 34, and so on.

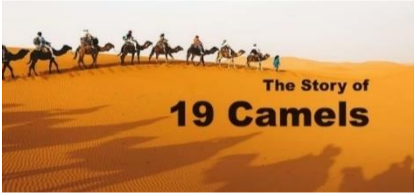
Golden Ratio: Dividing Fibonacci numbers, like 13 by 8, yields ratios approaching 1.618, the Golden Ratio. This ratio defines the golden spiral, a logarithmic spiral that widens by a factor of phi every quarter turn. The golden spiral appears widely in nature, such as in seashells, ocean waves, and flower buds, and also influences art and architecture. From iconic buildings to galaxies, the Golden Ratio's ubiquitous presence is why it's known as the divine proportion, reflecting its broad significance.

Upasana Negi is currently a student in the 5th semester of her B.Sc. program at M. B. P. G. College, Haldwani.

09 PUZZLE

The Story of 19 Camels

Ritu Goswami



There was once a man in a village in Rajasthan who had 19 camels. Before he died, he wrote a will that said his camels should be divided among his family and servant. He wanted half of his camels to go to his son, one-fourth to his daughter, and one-fifth to his servant.

In a quaint village, the residents faced a dilemma: how to divide 19 camels without harming any of them. Since half of 19 is 9.5, the villagers were distressed and called upon a wise man for help.
Arriving on his own camel, the wise man suggested adding his camel to theirs, making it 20. He then proposed a simple solution:

- The son would receive half (10 camels).
- The daughter would get one-fourth (5 camels).
- The servant would take one-fifth (4 camels).

This totaled 19 camels, allowing the wise man to take his camel back home. The villagers rejoiced, relieved that the problem was solved without harm.
This story reflects our lives, represented by the "19 camels":

- **Five sense organs** (eyes, nose, tongue, ears, skin).
- **Five action organs** (hands, feet, tongue, urethra, anus).
- **Five life forces** (prana, apana, samana, vyana, udana).
- **Four inner faculties** (mind, intellect, ego, consciousness).

Balancing these aspects can be challenging, but like the villagers, we can introduce the "camel" of humanity—compassion and understanding. By embracing kindness, we can navigate life's complexities and discover true peace and happiness. The tale teaches us that creative solutions rooted in empathy can transform our lives for the better.

Ritu Goswami is an alumni of M.Sc. at M. B. G. P. G. College, Haldwani.

10
BIOGRAPHY

जॉर्ज फ्रेडरिक बर्नहार्ड रीमैन

सुमित पन्त

अल्बर्ट आइन्स्टीन अपनी जिस थ्योरी के लिए पूरे विश्व में प्रसिद्ध है, उसका नाम है सापेक्षकता का सिद्धांत। लेकिन यह बहुत कम लोगों को मालूम है कि जिस गणितीय मॉडल की सहायता से आइन्स्टीन ने अपनी थ्योरी डेवलप की, उसके जन्मदाता थे - जर्मन गणितज्ञ **जॉर्ज फ्रेडरिक बर्नहार्ड रीमैन**।

रीमैन से पहले गणितज्ञ तीन विमाओं से परिचित थे जो क्रमशः लंबाई, चौड़ाई व गहराई की विमाएं कहलाती है। रीमैन ने पहली बार विमाओं का एक व्यापक कान्सेप्ट प्रस्तुत किया। और कहा कि विमाएं तीन से ज्यादा भी हो सकती है। बाद में आइन्स्टीन ने भौतिक रूप से चार विमाओं की बात कही। चौथी विमा आइन्स्टीन ने समय की बताई। तीन से ज्यादा विमाओं को शामिल करते हुए रीमैन ने जिस ज्योमेट्री की रचना की उसी का नाम है डिफ्रेंशिअल ज्योमेट्री। वर्तमान में गणितीय क्षेत्र में अधिकतर रिसर्च इसी विषय में हो रही है। ब्रह्माण्ड के रहस्यों को उजाकर करने में यह ज्योमेट्री अत्यन्त उपयोगी सिद्ध हो रही है।

जर्मन गणितज्ञ जॉर्ज फ्रेडरिक बर्नहार्ड रीमैन का जन्म 17 सितंबर, 1826 को जर्मनी के हनोवर राज्य के एक छोटे से गांव ब्रेस्सेलेन में, एक गरीब पादरी के घर हुआ था, और उनके शुरुआती जीवन में शिक्षा की उचित सुविधाओं की कमी थी। 1840 में, 14 वर्ष की आयु में, रीमैन को उनकी दादी के पास हनोवर भेज दिया गया, ताकि वे एक बेहतर स्कूल में पढ़ाई कर सकें। हालांकि, 1842 में उनकी दादी का निधन हो गया, जिसके बाद रीमैन को हनोवर छोड़कर लुनेबर्ग के हाई स्कूल जोहान्नम में स्थानांतरित होना पड़ा। लुनेबर्ग के हाई स्कूल में, रीमैन ने बाइबल का गहन अध्ययन किया। चूंकि उनका परिवार धार्मिक था और उनके पिता चाहते थे कि वे पादरी बनें, इसलिए यह अपेक्षित था कि वे धार्मिक शिक्षा प्राप्त करें। हालांकि, रीमैन का मन गणित की ओर अधिक आकर्षित था, और वे अक्सर गणितीय समस्याओं को सुलझाने में समय बिताते थे। उनके गणित के शिक्षक उनकी प्रतिभा से आश्चर्यचकित थे। रीमैन जटिल गणितीय समीकरणों को हल करने में इतने कुशल थे कि वे अक्सर अपने शिक्षकों के ज्ञान से भी आगे बढ़ जाते थे। यह उनकी अद्वितीय गणितीय प्रतिभा का प्रारंभिक संकेत था।

1846 में, उनके पिता ने, रीमैन को गौटिंगेन विश्वविद्यालय भेजा, इसका मुख्य उद्देश्य अपने परिवार की वित्तीय स्थिति को बेहतर बनाना था। शुरू में, रीमैन ने वहां धर्मशास्त्र की डिग्री

के लिए अध्ययन करने की योजना बनाई थी, लेकिन उनके जीवन में एक महत्वपूर्ण मोड़ तब आया जब वे प्रसिद्ध गणितज्ञ कार्ल फ्रेडरिक गॉस के संपर्क में आए। गोटिंगेन विश्वविद्यालय में रीमैन ने गणितज्ञ कार्ल फ्रेडरिक गॉस के व्याख्यानों में भाग लेना शुरू किया, जो उस समय गणित के कई महत्वपूर्ण क्षेत्रों में अग्रणी थे। गॉस ने रीमैन की प्रतिभा को पहचाना और गणित में उनकी गहरी रुचि को प्रोत्साहित किया। विशेष रूप से, गॉस ने रीमैन को "न्यूनतम वर्गों की विधि" सिखाई, जो गणितीय विश्लेषण और सांख्यिकी का एक महत्वपूर्ण हिस्सा है। गॉस की सलाह के बाद, रीमैन ने अपने धार्मिक अध्ययन को छोड़ने और पूर्ण रूप से गणित में करियर बनाने का निर्णय लिया। उनके पिता ने इस बदलाव को सहर्ष स्वीकार किया, और इसके बाद 1847 में, रीमैन ने अपनी गणितीय शिक्षा को आगे बढ़ाने के लिए बर्लिन विश्वविद्यालय में प्रवेश लिया। बर्लिन विश्वविद्यालय में, रीमैन ने गणित के कई महान गणितज्ञों के अधीन अध्ययन किया। इनमें कार्ल गुस्ताव जैकब जैकोबी, पीटर गुस्ताव लेजेने डिरिचलेट, जैकब स्टीनर, और गोटहोल्ड आइंस्टीन जैसे प्रमुख नाम शामिल थे। इन गणितज्ञों के साथ काम करने का मौका रीमैन के गणितीय ज्ञान को और भी गहरा बनाने में सहायक रहा। बर्लिन में बिताए गए दो वर्षों (1847-1849) के दौरान, रीमैन ने गणित के कई नए पहलुओं पर काम किया और अपने ज्ञान को विस्तृत किया।

1849 में, रीमैन ने गोटिंगेन विश्वविद्यालय में लौटकर अपनी गणितीय शिक्षा जारी रखी। यहीं पर उन्होंने अपने गणितीय शोध को विस्तारित किया और बाद में अपने महत्वपूर्ण योगदान दिए, जिनमें से कई आधुनिक गणित की नींव माने जाते हैं। रीमैन ने गणित के कई क्षेत्रों में महत्वपूर्ण योगदान दिए, और उनके शोध आज भी गणित और विज्ञान के कई क्षेत्रों में उपयोग किए जाते हैं। उनके कुछ प्रमुख योगदान निम्नलिखित हैं:

रीमैन का सबसे प्रसिद्ध योगदान उनकी ज़ेटा फंक्शन पर की गई शोध है, जो प्राइम संख्याओं के वितरण के बारे में गहरी जानकारी प्रदान करती है। 1859 में रीमैन ने एक प्रसिद्ध शोध पत्र प्रकाशित किया जिसमें उन्होंने रीमैन ज़ेटा फंक्शन की व्याख्या की और रीमैन हाइपोथेसिस का प्रस्ताव रखा। यह हाइपोथेसिस कहती है कि इस ज़ेटा फंक्शन के सभी गैर-त्रिविअल जीरोस एक विशिष्ट रेखा पर होते हैं, जिसे आज तक पूरी तरह से सिद्ध नहीं किया जा सका है। यह समस्या गणित के सबसे गूढ़ और महत्वपूर्ण अनसुलझी समस्याओं में से एक मानी जाती है।

1. रीमैन का दूसरा महत्वपूर्ण योगदान ज्यामिति के क्षेत्र में है। 1854 में गोटिंजेन में, रीमैन ने एक प्रसिद्ध व्याख्यान दिया। इस व्याख्यान में उन्होंने गैर-यूक्लिडियन ज्यामिति के सिद्धांत की आधारशिला रखी, जिसे अब रीमैनियन ज्यामिति के रूप में जाना जाता है। यह सिद्धांत वक्रित सतहों और बहुआयामी स्थानों का अध्ययन करने के लिए एक ढांचा प्रदान करता है। रीमैन की इस ज्यामिति ने अल्बर्ट आइंस्टीन के सामान्य सापेक्षता सिद्धांत के विकास में महत्वपूर्ण भूमिका निभाई।
2. रीमैन ने कॉम्प्लेक्स विश्लेषण के क्षेत्र में भी गहरा योगदान दिया। उन्होंने कॉम्प्लेक्स फ़ंक्शन्स

के व्यवहार को समझने के लिए रीमैन सतहों की परिकल्पना की, जो इस क्षेत्र में एक क्रांतिकारी अवधारणा थी। रीमैन सतहें गणितीय ढांचे प्रदान करती हैं, जिनके माध्यम से विभिन्न प्रकार के जटिल समीकरणों को हल किया जा सकता है।

3. रीमैन ने इंटीग्रल कैलकुलस में भी योगदान दिया और उनके नाम पर रीमैन इंटीग्रल का नाम रखा गया। उन्होंने इंटीग्रेशन का एक नया तरीका विकसित किया, जो अनगिनत कार्यों पर लागू होता है और गणितीय विश्लेषण के लिए एक मूलभूत सिद्धांत बन गया है।

बर्नहार्ड रीमैन का अधिकतर कार्य उच्च गणित के क्षेत्र में हुआ है जिसे आम ज़बान में समझाना अत्यन्त दुष्कर है। गणित का कोई भी छात्र रीमैन के नाम से ग्रेजुएशन करते समय ही परिचित होता है। लेकिन इतना तय है कि यदि रीमैन की खोजें न होतीं तो क्वान्टम भौतिकी तथा सापेक्षकता के सिद्धान्त जैसी अनेक खोजों पर कार्य हो पाना संभव नहीं था।

रीमैन का स्वास्थ्य हमेशा से ही कमजोर रहा। वे बचपन से ही बीमारियों से ग्रस्त थे, और अपनी पूरी जिंदगी में उन्होंने कई बार गंभीर स्वास्थ्य समस्याओं का सामना किया। उन्हें विशेष रूप से तपेदिक की समस्या थी, जो उस समय एक गंभीर और लाइलाज बीमारी थी। 1862 में रीमैन की शादी एलिज़ाबेथ कॉक्लेर से हुई। हालांकि, उनकी शादी के कुछ ही वर्षों बाद उनकी तबीयत बहुत बिगड़ गई। वे अपने स्वास्थ्य में सुधार के लिए इटली चले गए। 20 जुलाई 1866 को, रीमैन का निधन हो गया। उस समय वे केवल 39 वर्ष के थे। उनकी मृत्यु इटली के सेलेनो में तपेदिक के कारण हुई। उनकी मृत्यु के बाद, उनके कई अधूरे शोध कार्यों को उनके छात्रों और सहयोगियों ने पूरा किया।

बर्नहार्ड रीमैन 19वीं शताब्दी के सबसे प्रभावशाली गणितज्ञों में से एक थे। उनकी गणितीय अनुसंधान और खोजों ने आधुनिक गणित के कई क्षेत्रों को प्रभावित किया, जिनमें से विशेष रूप से विश्लेषण, ज्यामिति, और संख्या सिद्धांत शामिल हैं। बर्नहार्ड रीमैन का योगदान आधुनिक गणित के विकास में महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। उनकी रीमैन हाइपोथेसिस आज भी गणित की सबसे महत्वपूर्ण अनसुलझी समस्याओं में से एक मानी जाती है, और उनके द्वारा स्थापित रीमैनियन ज्यामिति भौतिकी और विज्ञान के अन्य क्षेत्रों में अत्यधिक महत्वपूर्ण सिद्ध हुई है। रीमैन का जीवन और कार्य यह दिखाता है कि कैसे एक व्यक्ति की गणितीय मेधा संपूर्ण विज्ञान और गणित के क्षेत्र को बदल सकती है। उनकी विरासत और उनके द्वारा किए गए कार्य आज भी गणितज्ञों और वैज्ञानिकों के लिए प्रेरणा स्रोत बने हुए हैं।

सुमित पन्त, शासकीय गजानंद अग्रवाल स्नातकोत्तर महाविद्यालय, भाटापारा, बलौदा बाजार, (छत्तीसगढ़) में गणित के सहायक आचार्य है। आप M. B. P. G. College के पूर्व छात्र हैं तथा इस पत्रिका के सम्पादन मण्डल के सदस्य हैं।

11
BIOGRAPHY

Amalie Emmy Noether: Most Influential Women

Bharti Joshi

This article explores the life of Amalie Emmy Noether, highlighting her contributions to mathematics and her efforts to gain recognition in a gender-biased field. It aims to inspire students, especially girls, by showing how an ordinary person can achieve extraordinary success despite facing numerous obstacles. To make the biography more engaging, it includes interesting facts throughout.

We begin our article with a scenario of a birthday party [1].

At the birthday party, **Dr. X** asked Puzzles
Puzzle 1: ***"A sculptor named White, a violinist named Black, and an artist named Red met in a café. One of the three said, 'I have black hair, one of you has red hair, and the other has white hair, but none of us has hair the color that matches his name.' Mr. White answered him, 'You are quite correct.' Now I ask you, children, what color hair does the artist, Mr. Red, have?"***

The room grew quiet as the children started *to think* the puzzle through. Then suddenly Emmy shouted out: "I know! The artist has black hair!"

Puzzle 2: ***"Let's say that you want to write all the whole numbers from 1 to 100. How many different numbers will have at least one digit that is a 7?"***

"There are 20 of them—20 numbers," Josef (one of child) said. Dr. X turned to Emmy, "Do you agree with Josef?"
"No, because Josef counted the number 77 twice, once for the ones' place and once for the tens' place! There are only 19 different numbers with 7 in them," Emmy announced.

Puzzle 3: ***"There is a man who wants to take a wolf, a goat, and a cabbage across the river. His rowboat is so small that he can carry only one of them at a time. If he takes the wolf across first, the goat will eat the cabbage***

while he is gone. If he takes the cabbage across first, the wolf will eat the goat while he is gone. How can he carry the wolf, the goat, and the cabbage across the river without losing any of them?"

Emmy said "so the farmer goes back and gets the cabbage, but now comes the clever part. When he leaves the cabbage on the other side of the river, he puts the goat back into the boat and carries it back to the first side again, so that only the cabbage remains on the second side. Now he leaves the goat on the first side of the river again and carries the wolf over to join the cabbage on the far side. The wolf won't eat the cabbage this time either. On his last trip, the farmer takes the goat one last time, and in that way he gets all three to the other side. It may seem indirect to take the goat across the river three times, but the farmer has to be careful. You see, the goat is really the only problem—he is the one that will either eat or be eaten. As long as the goat isn't left alone with one of the others, everything is fine."

Dr. X said. "You thought it through carefully and well, but can anyone think of a different way that it could have been done?"
"Yes," Emmy quickly said.

(Emmy has provided all the answers! Let's see if you can come up with solutions too, students.)

Dr. X shifted the conversation to a more profound topic that "Can she be a mathematician like her father when she grows up?"
"I doubt it. There is no place at the university for a woman scholar," birthday girl's father said. "Emmy will grow up to be a wife and mother. That's a full life for a woman."

Amalie Emmy Noether was born on March 23, 1882, in Erlangen, Germany. She was the first of four children of Jewish Parents, Max Noether and Ida Amalia Kaufmann. Her father has been called the finest mathematician of the 19th century.

In 1973, another mathematician, Irving Kaplansky wrote "It is surely not much of an exaggeration to call her **the mother of modern algebra**," and his assessment still stands. Because no

one expected Emmy to grow up to be an important scientist, the records of her early life are sketchy. Actually, Emmy did not appear exceptional as a child. Playing among her peers in the schoolyard on Fahrstrasse she probably was not especially noticeable-a nearsighted, plain-looking little girl, though not without charm.

After elementary education, she studied German, English, French, and arithmetic and was given piano lessons. At this stage, she aimed to become a language teacher. After further study of English and French, she took the examinations of the State of Bavaria and, in 1900, became a certificated teacher of English and French in Bavarian girl's schools. However, Noether never became a language teacher. Instead she decided to take the difficult route for a woman of that time and study mathematics at university. Women were allowed to study at German universities unofficially and each professor had to give permission for his course. Noether obtained permission to sit in on courses at the University of Erlangen during 1900 to 1902. She was one of only two female students sitting in on courses at Erlangen.

In 1907, she was awarded a doctorate after working under Paul Gordan. The work reflects her mentor's algorithmic approach to invariant theory. Later she will describe it as "Calculations," "Formula Thickets," or even just a "crap" (see [1]). After completing her doctorate, the typical next step in academia would have been to pursue habilitation. However, since this path was not available to women at the time, Noether remained in Erlangen, assisting her father, who, due to his own disabilities, greatly appreciated his daughter's support. Meanwhile, Noether continued her own research, notably influenced by Ernst Fischer, who took over Gordan's mathematics chair upon his retirement in 1911. Noether reflected on Fischer's influence:

> *"Above all I am indebted to Mr. E Fischer from whom I received the decisive impulse to study abstract algebra from an arithmetical viewpoint, and this remained the governing idea for all my later work."*

Fischer's influence guided Noether towards Hilbert's abstract approach, moving her away from Gordan's more constructive methods. This shift was crucial for her growth as a mathematician because, despite Gordan's

significant accomplishments, he had his limitations. Max Noether, Noether's father, commented on Gordan (see [2]):

"*Gordan was never able to do justice to the development of fundamental concepts; even in his lectures he completely avoided all basic definitions of a conceptual nature, even that of the limit.*"

Noether's reputation grew quickly as her publications appeared. In 1909, she becomes a member of German Mathematical Society (Deutsche Mathematiker-Vereinigung) and delivers a lecture at its annual meeting in Salzburg, the first woman to do so. During these years in Erlangen she advised two doctoral students: Hans Falckenberg (doctorate 1911) and Fritz Seidelmann (doctorate 1916), who were both officially supervised by her father.

In 1915, Noether received an invitation from Klein and Hilbert to continue her post doctoral studies in Göttingen. The impetus for this invitation was Hilbert's work in physics, specifically his engagement with ideas related to the theory of relativity, which were in line with Albert Einstein's theories. Hilbert realized he required the assistance of an expert in invariant theory, and after consulting with Klein, they extended the invitation to her. With the backing of Klein and Hilbert, Noether applied for certification to teach. Her application sparked a heated debate within the faculty, leading them to refer the matter to the Ministry of Culture. Given that the case raised a fundamental issue—whether a qualified woman had the right to teach—the ministry chose not to set a precedent. Instead, a compromise was reached that allowed Noether to teach courses listed under Hilbert's name. For example- a course given in the winter semester of 1916- 17 appears in the catalogue as:-

Mathematical Physics Seminar: Professor Hilbert, with the assistance of Dr E Noether, Mondays from 4-6, *no tuition.*

During this period in Göttingen, she made a significant contribution to physics with her theorem. It asserts that if a physical system exhibits a continuous symmetry in its action, then there is a corresponding conservation law. In other words, a specific quantity remains constant as a result of this symmetry. For instance: (a) If a system has spatial translation symmetry, then linear momentum is conserved. (b) If a system has rotational symmetry, then angular momentum is conserved. (c) If a system has time translation symmetry, then energy is conserved [4].

In 1919, she begins her teaching career as a Privatdozent, a position without renumeration. Indeed, Noether arrived in Göttingen during World War I. It was a time of great hardship, and she lived in poverty during these years while politically evolving into a radical socialist. Despite these challenges, these years proved exceptionally rich for her mathematically. Hermann Weyl (see [2]) describes Noether's political views:

During the wild times after the Revolution of 1918, *she did not keep aloof from the political excitement, she sided more or less with the Social Democrats; without being actually in party life she participated intensely in the discussion of the political and social problems of the day*
In later years Emmy Noether took no part in matters political. She always remained, however, a convinced pacifist, a stand which she held very important and serious.

After 1919, at Göttingen, Noether shifted her focus from invariant theory to ideal theory, developing an abstract framework that significantly contributed to the evolution of ring theory into a major area of mathematics. Later, she published a paper about the theory of ideals in which they defined left and right ideals in a ring [1]. In a 1924 paper, she established five conditions on a ring that led her to conclude that, in such commutative rings, every ideal is uniquely expressible as a product of prime ideals. In Göttingen, Noether supervised more than a dozen doctoral students, though most were

together with Edmund Landau and others as she was not allowed to supervise dissertations on her own.

Further acknowledgment of her exceptional mathematical contributions came with invitations to speak at the International Congress of Mathematicians in Bologna in September 1928 and again in Zürich in September 1932. In 1932, she also received the Alfred Ackermann- Teubner Memorial Prize for the Advancement of Mathematical Knowledge, jointly with Emil Artin. However, in April 1933, her mathematical achievements were rendered meaningless when the Nazis dismissed her from the University of Göttingen due to her Jewish heritage.

She accepted a one-year visiting professorship at Bryn Mawr College in the USA. Noether ran a seminar during the winter semester of 1933-34 for three students and one member of staff. They worked through the first volume of van der Waerden's Modern Algebra. Additionally, she also began giving weekly lectures at the Institute for Advanced Study, Princeton. There, she meets several familiar figures, including Hermann Weyl and Richard Brauer. However, she remarked about Princeton University that she was not welcome at "the men's university, where nothing female is admitted".

On April 14, 1935, Emmy Noether died due to complications following surgery to remove a tumor from her pelvis. Her body was cremated, and her ashes were interred beneath the walkway surrounding the cloisters of the M. Carey Thomas Library at Bryn Mawr.

Despite receiving little recognition during her lifetime for her significant contributions, Emmy Noether has been honored in various ways since her death. A lunar crater bears her name, a street in her hometown is named after her, and the school she attended is now called the Emmy Noether School. Pavel Alexandrov, Albert Einstein, Jean Dieudonné, Hermann Weyl, and Norbert Wiener all regarded her as the most important woman in the history of mathematics.

Recently, a book *"Emmy Noether: The Most Important Mathematician You've Never Heard Of"* by Helaine Becker (author) and Kari Rust (animator), is a fantastic way to visually express Emmy's brilliance and ideas, to kids. Some recommended readings also include references.

Finally, I want to say that writing this article has made me deeply connect with Emmy Noether and her mathematical contributions. One reason for this might be that, like Noether, I am alos a nearsighted person.

References:

1. D. E. Rowe and M. Koreuber, Proving It Her Way: Emmy Noether, a Life in Mathematics, Springer, 2020.
2. Emmy Noether (1882 - 1935) - Biography - MacTutor History of Mathematics (st- andrews.ac.uk)
3. M. B. W. Tent, Emmy Noether: The Mother of Modern Algebra, A K Peters, Ltd. Natick, Massachusetts, 2008.
4. https://profoundphysics.com/noethers-theorem-a-complete-guide/

Bharti Joshi is a faculty member in the Department of Mathematics at D. S. B. Campus, Nainital. She is an alumni of M. B. P. G. College, Haldwani, and a member of the Editorial Board of this magazine.

12
BIOGRAPHY

प्रसिद्ध महिला गणितज्ञ : मरियम मिर्ज़ाखानी

रश्मि राय

गणित एक ऐसा विषय है जो मनुष्य की बौद्धिक तथा तार्किक क्षमता को बेहतर बनाने में मदद करता है इसका उपयोग हम दैनिक जीवन में निरंतर करते हैं, संख्याओं का अस्तित्व व महत्व हर कदम पर है, गणित, विज्ञान, डेटा प्रबंधन, इंजीनियरिंग, प्रौद्योगिकी, अंतरिक्ष और अनुसंधान आदि का केन्द्र बिंदु है। इसलिए गणित का ज्ञान सबके लिए आवश्यक है।

गणित के क्षेत्र में ऐतिहासिक रूप से पुरुषों का वर्चस्व रहा है, जबकि पहले भी और आज भी महिलाओं का वर्चस्व व प्रतिनिधि-त्व गणित के क्षेत्र में बहुत कम है। जिसका एक कारण हमारी संस्कृति है, जो पुरुष नेतृत्व को ज्यादा वरीयता देती है, और यह अवधारणा कि महिलाएं गणित के मामले में प्रतिभाशाली नहीं होतीं

इन्हीं सब अवधारणाओं और सामाजिक विचारधाराओं के बीच एक महिला गणितज्ञ जिन्होंने पुरुष वर्चस्व वाले गणित क्षेत्र का दुर्ग भेदन करने में सफलता हासिल की वे थीं मरियम मिर्जाखानी जिनका जीवन केवल अपने आप में एक प्रेरणामात्र ही नहीं बल्कि गणित में महिलाओं की संख्या में बढ़ोत्तरी करने का मार्ग भी प्रशस्त करता है।

मरियम मिर्जाखानी (जीवनी)

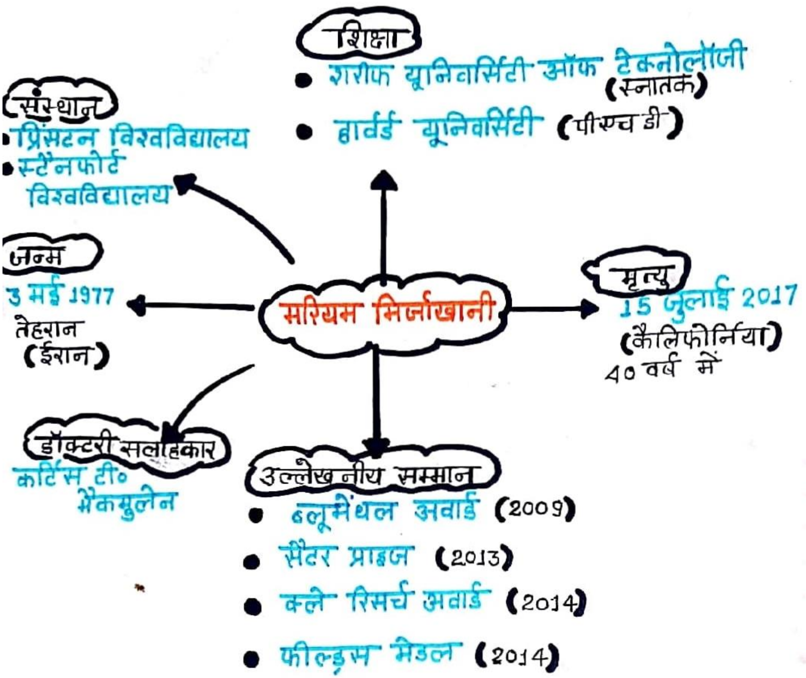
मरियम का जन्म 12 मई 1977 को तेहरान (ईरान) में हुआ था। मरियम के पिता का नाम अहमद मिर्जाखानी और माँ का नाम ज़हरा हकीमी था। उनके माता-पिता सदैव उनके प्रति सहायक और प्रोत्साहित करने वाले रहे। जो कि सफलता व उपलब्धि के बारे में उतनी परवाह नहीं करते थे। यह मरियम के लिए एक अच्छा माहौल था।

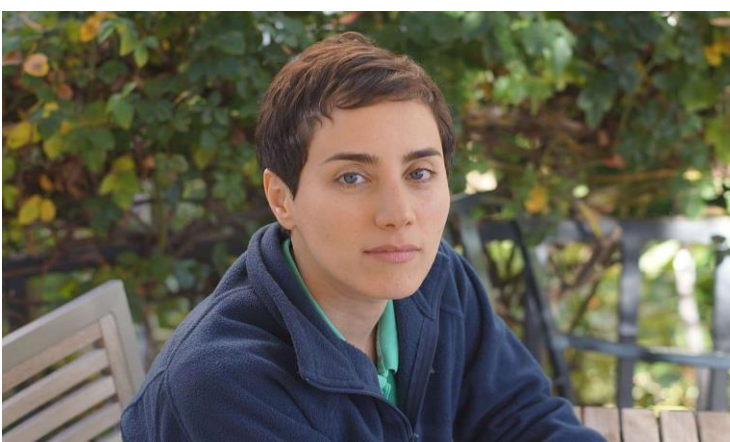
तेहरान में पले- बढ़े उनके बचपन के दिन मुश्किल भरे रहे क्योंकि 1980 से 1988 तक ईरान – इराक युद्ध लड़ा गया था, युद्ध समाप्त होने के समय मरियम ने प्राथमिक विद्यालय में अपनी पढ़ाई पूरी की और तेहरान में लड़कियों के लिए फ़रजानेगन मिडिल स्कूल के लिए परीक्षा दी।

फ़रजानेगन मिडिल स्कूल मे अपने पहले वर्ष में वह गणित में विशेष रूप से कुछ अच्छा नहीं कर पाई, जिस कारण उनके एक शिक्षक ने उन्हें कहा कि वह गणित में विशेष रूप से प्रतिभाशाली नही हैं। यह उनके आत्मविश्वास के लिए एक झटका था, परन्तु अगले वर्ष उनके गणित के शिक्षक अलग थे, जिनसे मरियम को प्रोत्साहन प्राप्त हुआ, और उनकी प्रतिभा में भी वृद्धि हुई।

मरियम और उनकी दोस्त रोया बेहेश्टी दोनों फ़रजानेगन स्कूल तक साथ मे पढ़ी । उन दोनों को छः गणितीय ओलंपियाड समस्याओं की एक प्रति मिली, और मरियम उनमें से तीन प्रश्न हल करने में सफल रही, इससे उत्साहित होकर वह अपनी सहेली के साथ प्रिंसिपल के पास गई और उनसे पूछा कि क्या वह उनके लिए गणितीय समस्या समाधान की कक्षा आयोजित कर सकती हैं; यह कक्षाऐं केवल प्रतिभाशाली लड़को के लिए ही आयोजित की जाती थी, लड़कियों के लिए नही परन्तु फरज़ानेगन की प्रिंसिपल बहुत ही प्रोत्साहित करने वाली थीं, भले ही ईरानी गणितीय ओलम्पियाड में कभी किसी लड़की ने हिस्सा नही लिया था, फिर भी कक्षाओं की व्यवस्था की गई।

मरियम और उनकी दोस्त रोया ने 1994 में गणितीय ओलंपियाड में टीम बनाई, उस वर्ष हांगकांग में प्रतियोगिता आयोजित की गई थी, और मिर्ज़ाखानी को 42 में से 41 अंक प्राप्त हुए, और उन्हें स्वर्ण पदक से सम्मानित किया गया और रोया को रजत पदक से सम्मानित किया गया, 1995 में फिर से मिर्ज़ाखानी ईरानी गणितीय ओलंपियाड टीम की सदस्य थी, इस बार प्रतियोगिता टोरेंटो में आयोजित की गई और मरियम ने 42 में से 42 अंक प्राप्त किए और फिर से उन्हें स्वर्ण पदक से सम्मानित किया गया,


शिक्षा
शरीफ यूनिवर्सिटी ऑफ टेक्नोलॉजी (स्नातक)
हार्वर्ड यूनिवर्सिटी (पीएच डी)
संस्थान
प्रिंसटन विश्वविद्यालय
स्टैनफोर्ट विश्वविद्यालय
जन्म
3 मई 1977
तेहरान (ईरान)
मरियम मिर्जाखानी
मृत्यु
15 जुलाई 2017
(कैलिफोर्निया)
40 वर्ष में
डॉक्टरी सलाहकार
कर्टिस टी० मैकमुलेन
उल्लेखनीय सम्मान
ब्लूमेंथल अवार्ड (2009)
सैंटर प्राइज (2013)
क्ले रिसर्च अवार्ड (2014)
फील्ड्स मेडल (2014)



1995 में मिर्जाखानी ने आईपीएम फेलोशिप की मदद से शरीफ यूनिवर्सिटी ऑफ टेक्नोलॉजी में गणित की पढ़ाई शुरू की, मरियम ने स्नातक स्तर पर ही शोधपत्र प्रकाशित किए,

हार्वर्ड यूनिवर्सिटी द्वारा 2003 में मिर्ज़ाखानी को मेरिट फेलोशिप से सम्मानित किया गया, 2004 में उन्हें उनके 130-पृष्ठ के शोध प्रबंध 'सिंपल 'जियोडेसिक्स ऑफ हाइपरबोलिक सरफेस एंड वॉल्यूम ऑफ द मॉड्यूली स्पेस ऑफ कर्व्स के लिए डॉक्टरेट की उपाधि से सम्मानित किया गया,

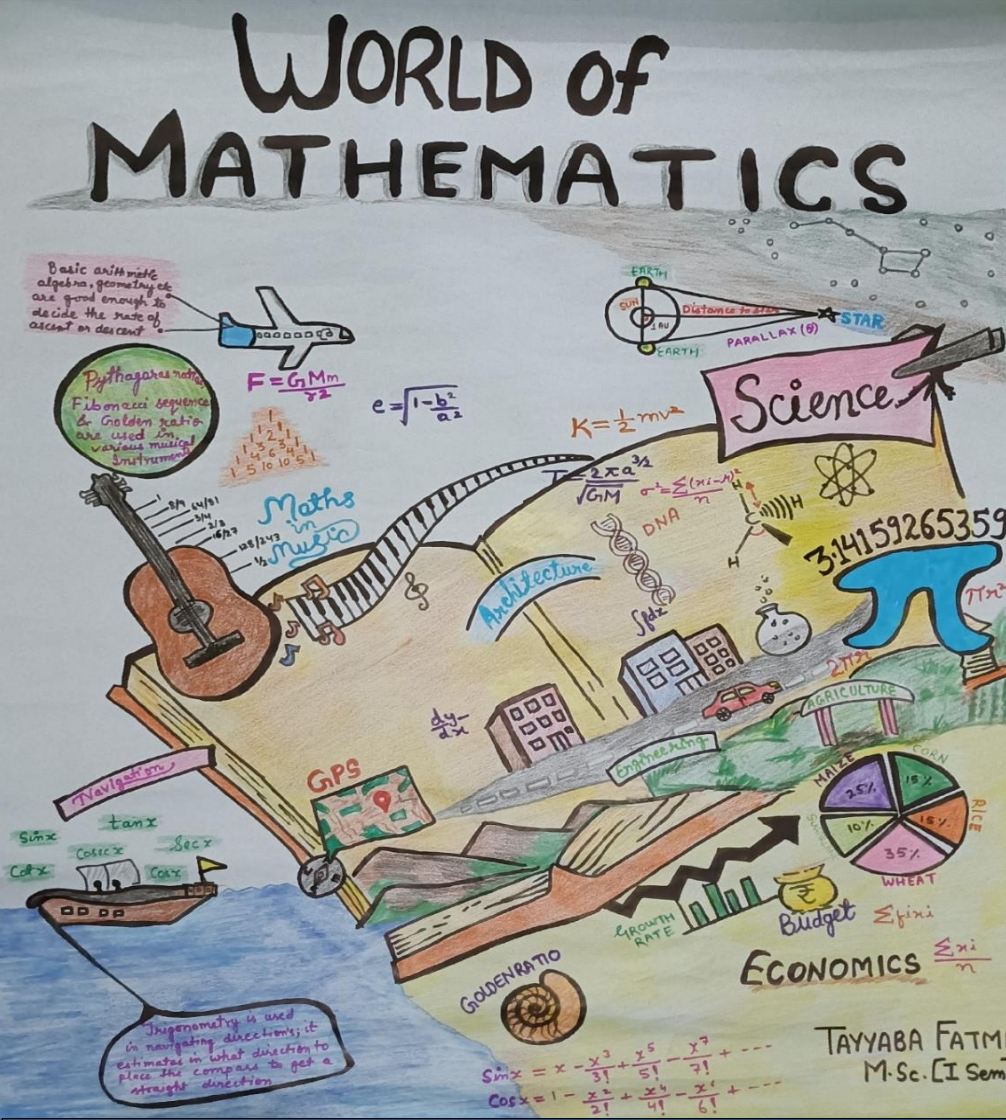
2009 में शुद्ध गणित में अनुसंधान की उन्नति के लिए लियोनार्ड एम और एलेनोर बी ब्लूमेंथल पुरस्कार से सम्मानित किया गया। एस्किन और मिर्जाखानी द्वारा 2011 में काउंटिंग क्लोज्ड जियोडेसिक्स इन मोडुली स्पेस प्रकाशित किया गया,

2014 में मिर्ज़ाखानी फील्ड्स मेडल से सम्मानित होने वाली पहली महिला बनी, यह पदक उन्हें 13 अगस्त 2014 को दक्षिण कोरिया के सियोल में आयोजित अंतर्राष्ट्रीय गणितज्ञों की कांग्रेस में अंतर्राष्ट्रीय गणितीय संघ द्वारा प्रदान किया गया था,

मिर्जाखानी को कैंसर की बीमारी थी जिसके कारण जुलाई 2017 में कैलिफोर्निया के एक अस्पताल में उनकी मृत्यु हो गई। और उनकी मृत्यु ने गणित के सबसे चमकीले सितारों में से एक को छीन लिया, जो 40 वर्ष की आयु में अपनी रचनात्मकता के चरम पर थी,

मरियम का जीवन काल भले ही कम रहा परन्तु उनकी उपलब्धियाँ इतनी हैं कि उनका प्रभाव उन हजारों महिलाओं पर सदैव रहेगा जिन्हें उन्होंने गणित और विज्ञान की पढ़ाई करने के लिए प्रेरित किया

रश्मि राय, एस. वी. जी. पी. जी. कॉलेज, लोहाघाट की पूर्व छात्रा है।



Dr. Narendra Kumar Singh
Assistant Professor, Department of Mathematics,
M.B.G.P.G. College Haldwani, Nainital, Uttarakhand
Contact: 7536881605
E-mail: nsijwali@gmail.com